

Risque de concentration en Alberta

François Pelletier

```
{r #| label: librairie #| echo: false set.seed(908144032) library("actuar") library("parallel")
source("mcsapply.R") nb.conc <- 50
```

Risque associé aux tempêtes de grêle

Une tempête de grêle est un évènement de météo extrême qui peut créer beaucoup de dommages dans une zone concentrée en peu de temps. Plusieurs facteurs influencent la sévérité des dommages causés par ces tempêtes, dont le principal est le diamètre moyen des grêlons. Le facteur influençant le nombre d'assurés qui encourrent un dommage est principalement la taille de l'orage de grêle et la direction des vents.

J'ai choisi de modéliser les orages de grêle selon une force de 1 à 4, qui influencera à la fois la taille moyenne de l'orage et la taille des grêlons. Afin de pouvoir obtenir facilement une formule analytique pour déterminer si un assuré est touché par l'orage, j'ai choisi de lui donner une forme elliptique. Ainsi, l'orage de force 4 sera formée de 4 ellipses concentriques, chacune ayant un niveau de dommages allant de 1 à 4.

Je n'ai pas modélisé le lieu de formation des orages. Ainsi, un orage a la même possibilité de se former à n'importe quel point à l'intérieur d'un rectangle regroupant les assurés.

Les coordonnées en longitude et en latitude des assurés seront les seules données utilisées ici. La position des agents n'est pas nécessaire. L'ensemble des montants et des paramètres des distributions statistiques ont été attribués arbitrairement afin de donner des montants raisonnables à mon avis.

Enfin, afin de représenter le risque d'un assuré moins concentré, j'ai simplement décidé de former un sous-groupe d'assurés formé d'un assuré sur `r nb.conc` dans l'ordre fourni, ce qui a pour effet de diminuer la concentration du risque tout en conservant l'effet de la densité de population, qui est déjà concentrée sur le territoire.

Définition des ellipses

L'ellipse est une section conique qui peut être représentée selon une formule paramétrique Equation 0.1 qui sert à définir les coordonnées en fonction des paramètres. L'ellipse est alors définie par son centre X_c, Y_c et la mesure de son plus grand rayon a et de son plus petit rayon b , qui sont perpendiculaires. L'inclinaison du plus grand rayon par rapport à l'abscisse est donnée par l'angle φ en radian.

$$\begin{aligned} X(t) &= X_c + a \cos t \cos \varphi - b \sin t \sin \varphi \\ Y(t) &= Y_c + a \cos t \sin \varphi + b \sin t \cos \varphi \end{aligned} \quad (0.1)$$

La formule canonique Equation 0.2 est une seconde forme qui sert à déterminer si un point (x, y) fait partie de l'ellipse.

$$\frac{((x - X_c) \cos \varphi - (y - Y_c) \sin \varphi)^2}{a^2} + \frac{((x - X_c) \sin \varphi + (y - Y_c) \cos \varphi)^2}{b^2} = 1 \quad (0.2)$$

Ces deux dernières équations nous permettrons de simuler des ellipses, représentant les orages, et de déterminer si des assurés sont touchés par les orages. Les fonctions suivantes seront utilisées à cette fin:

```
{r #| label: ellipse1 source("ellipse.R")
```

Importation des données

On importe des données dans une structure

```
{r agents <- read.csv("agents.csv",sep=":") assures <- read.csv("assures.csv",sep=":") n.assures
<- nrow(assures)
```

On visualise les données sur une carte. Les agents sont représentés par un triangle rouge et les assurés par une croix noire.

```
{r #| label: fig-carte #| fig-cap: "Carte des assurés et des agents" #| echo: false plot(assures$Longitude_
main="Carte des assurés et des agents",xlab="Longitude", ylab="Latitude") points(agents$Longitude_A
col="red")
```

On définit la zone où se situent les assurés par un rectangle:

```
{r coord_assures <- cbind(assures$Longitude_Assure, assures$Latitude_Assure) range_longitude
<- c(min(coord_assures[,1]), max(coord_assures[,1])) range_latitude <- c(min(coord_assures[,2]),
max(coord_assures[,2]))
```

On définit le groupe restreint pour l'évaluation avec moins de concentration

```
{r coord_assures2 <- coord_assures[seq(1,32669,by=nb.conc),]
```

La longitude est située entre `r range_longitude[1]` et `r range_longitude[2]`. La latitude est située entre `r range_latitude[1]` et `r range_latitude[2]`.

Hypothèses

On pose plusieurs hypothèses de modélisation:

```
{r franchise <- 500 n.annees <- 100 n.moyen.orages <- 10 longueur.orage <- 1 largeur.orage <-
.2 angle.dominant <- 1/2 ecart.angle <- 1 prob_forces <- c(.8, .15, .04, .01) facteur_forces <-
c(1,1.5,2,2.5) param_dommages <- c(50,1000,20000,400000) param_forme <- 2
```

1. La franchise est de `r franchise$`.
2. Le nombre d'années simulées est de `r n.annees` années.
3. Le nombre d'orages par année suit une loi Poisson de moyenne `r n.moyen.orages`.
4. La longitude et la latitude du centre de l'orage sont distribués uniformément sur le rectangle défini précédemment.
5. La longueur et la largeur suivent une loi exponentielle de paramètres `r 1/longueur.orage` et `r 1/largeur.orage`. L'unité est en degrés de latitude.
6. Les vents dominants sont de direction `r angle.dominant` radians.
7. L'angle varie dans un intervalle de `r ecart.angle` radian de part et d'autre selon la distribution $\beta(2,2)$.
8. La force entre 1 et 4 suit une distribution discrète où les probabilités sont respectivement `r prob_forces[1]`, `r prob_forces[2]`, `r prob_forces[3]` et `r prob_forces[4]`.
9. La force multiplie les dimensions de l'orage respectivement par `r facteur_forces[1]`, `r facteur_forces[2]`, `r facteur_forces[3]` et `r facteur_forces[4]`.
10. Les dommages suivent une distribution Pareto de paramètre de forme `r param_forme` et de paramètre d'échelle dépendant de la force, prenant les valeurs `r param_dommages[1]`, `r param_dommages[2]`, `r param_dommages[3]` et `r param_dommages[4]`.

Simulation des orages

En utilisant les hypothèses définies précédemment, on simule des orages

```
{r orages_annees <- rpois(n.annees,n.moyen.orages) n.orages <- sum(orages_annees) sim_xc <-
runif(n.orages,range_longitude[1],range_longitude[2]) sim_yc <- runif(n.orages,range_latitude[1],range_latitude[2])
sim_a <- rexp(n.orages,1/longueur.orage) sim_b <- rexp(n.orages,1/largeur.orage) sim_angle <-
angle.dominant - ecart.angle + 2*ecart.angle* rbeta(n.orages,2,2) sim_force <- sample(x=1:4,size=n.orages,
prob=prob_forces) sim_param_orages_1 <- cbind(sim_xc,sim_yc, facteur_forces[1]*sim_a,
facteur_forces[1]*sim_b,sim_angle) sim_param_orages_2 <- cbind(sim_xc,sim_yc, facteur_forces[2]*sim_a,
facteur_forces[2]*sim_b,sim_angle) sim_param_orages_3 <- cbind(sim_xc,sim_yc, facteur_forces[3]*sim_a,
```

```
facteur_forces[3]*sim_b,sim_angle) sim_param_orages_4 <- cbind(sim_xc,sim_yc, facteur_forces[4]*sim_b,sim_angle)
```

Pour chaque orage, on vérifie le nombre d'assurés touchés. On utilise une boucle ici pour éviter de surcharger la mémoire vive. C'est plus rapide ainsi.

```
“{r touches1 <- numeric(n.orages) touches2 <- numeric(n.orages) touches3 <- numeric(n.orages) touches4 <- numeric(n.orages) for(i in 1:n.orages) { touches1[i] <- sum((sim_force[i] >= 1) * dans_ellipse_param(coord_assures, sim_param_orages_1[i,])) touches2[i] <- sum((sim_force[i] >= 2) * dans_ellipse_param(coord_assures, sim_param_orages_2[i,])) touches3[i] <- sum((sim_force[i] >= 3) * dans_ellipse_param(coord_assures, sim_param_orages_3[i,])) touches4[i] <- sum((sim_force[i] >= 4) * dans_ellipse_param(coord_assures, sim_param_orages_4[i,])) }
```

```
rpareto_tronque <- fonction(n,shape,scale,deductible) { pmax(rpareto(n,shape,scale)-deductible,0) }
```

```
dommages <- mcsapply(mcsapply(as.list(touches1), rpareto_tronque,param_forme, param_dommages[1],franchise),sum)+ mcsapply(mcsapply(as.list(touches2), rpareto_tronque,param_forme, param_dommages[2],franchise),sum)+ mcsapply(mcsapply(as.list(touches3), rpareto_tronque,param_forme, param_dommages[3],franchise),sum)+ mcsapply(mcsapply(as.list(touches4), rpareto_tronque,param_forme, param_dommages[4],franchise),sum) dommages_cum <- cumsum(dommages) orages_annees_cum <- cumsum(orages_annees) dommages_annuels <- diff(dommages_cum[orages_annees_cum])
```

On obtient une moyenne de ``r mean(dommages_annuels)``, un écart-type de ``r sd(dommages_annuels)`` et les quantiles suivants:

```
```{r
quantile(dommages_annuels,c(.5,.75,.9,.95,.99))
```

### Comparaison avec moins de concentration

On sélectionne un assuré sur `r nb.conc` afin de réduire l'exposition et on peut comparer les résultats avec les mêmes orages.

```
“{r touches21 <- numeric(n.orages) touches22 <- numeric(n.orages) touches23 <- numeric(n.orages) touches24 <- numeric(n.orages) for(i in 1:n.orages) { touches21[i] <- sum((sim_force[i] >= 1) * dans_ellipse_param(coord_assures2, sim_param_orages_1[i,])) touches22[i] <- sum((sim_force[i] >= 2) * dans_ellipse_param(coord_assures2, sim_param_orages_2[i,])) touches23[i] <- sum((sim_force[i] >= 3) * dans_ellipse_param(coord_assures2, sim_param_orages_3[i,])) touches24[i] <- sum((sim_force[i] >= 4) * dans_ellipse_param(coord_assures2, sim_param_orages_4[i,])) }
```

```
dommages2 <- mcsapply(mcsapply(as.list(touches21), rpareto_tronque,param_forme, param_dommages[1],franchise),sum)+ mcsapply(mcsapply(as.list(touches22), rpareto_tronque,param_forme, param_dommages[2],franchise),sum)+ mcsapply(mcsapply(as.list(touches23), rpareto_tronque,param_forme, param_dommages[3],franchise),sum)+ mcsapply(mcsapply(as.list(touches24), rpareto_tronque,param_forme, param_dommages[4],franchise),sum) dommages2_cum <- cumsum(dommages2) dommages2_annuels <- diff(dommages2_cum[orages_annees_cum])
```

On obtient une moyenne de ``r mean(dommages2_annuels)``, un écart-type de ``r sd(dommages2_annuels)`` et les quantiles suivants:

```
```{r
quantile(dommages2_annuels,c(.5,.75,.9,.95,.99))
```

Risque associé au vol

```
{r taux_vol_petits <- 1600/100000 taux_vol_grands <- 60/100000
```

Hypothèses

Le risque associé au vol peut être modélisé à l'aide d'une approche fréquence-sévérité régulière. On pose donc comme hypothèse une distribution poisson pour la fréquence et une distribution gamma pour la sévérité. On divise les vols

en petits vols et en grands vols.

```
“{r vols_petits <- taux_vol_petits * n.assures freq_vols_petits <- rpois(n.annees,vols_petits) vols_petits_totaux  
<- sum(freq_vols_petits) sev_vols_petits <- rgamma(vols_petits_totaux,2,.005) sev_vols_petits_cum <-  
cumsum(sev_vols_petits) freq_petits_vols_cum <- cumsum(freq_vols_petits) sev_vols_petits_annuels <-  
diff(sev_vols_petits_cum[freq_petits_vols_cum])
```

```
vols_grands <- taux_vol_grands * n.assures freq_vols_grands <- rpois(n.annees,vols_grands) vols_grands_totaux  
<- sum(freq_vols_grands) sev_vols_grands <- rgamma(vols_grands_totaux,2,.0001) sev_vols_grands_cum <-  
cumsum(sev_vols_grands) freq_grands_vols_cum <- cumsum(freq_vols_grands) sev_vols_grands_annuels <-  
diff(sev_vols_grands_cum[freq_grands_vols_cum])
```

```
vols_totaux <- rowSums(cbind(sev_vols_petits_annuels,sev_vols_grands_annuels))
```

On obtient une moyenne de vols annuels de ``r mean(vols_totaux)`` avec un écart-type de ``r sd(vols_totaux)``. Les quantiles de la distribution sont les suivants:

```
``{r  
quantile(vols_totaux,c(.5,.75,.9,.95,.99))
```